

# Das Wasserstoffatom

Quantenphysik in elementaren Portionen  
Karlsruhe 19.-20.05.2009  
Michael Pohlig

michael.pohlig@kit.edu

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom

Du sollst Dir keine Bilder machen von Dingen,  
die im Himmel, auf der Erde, im Wasser oder  
unter der Erde sind

*Exodus 20.4 (3. Gebot)*

## Wie sieht ein Atom aus?

- 1 Das Elektroniummodell
- 2 Das Wasserstoffatom**

Spezielle Lösungen:

$$\Psi(\vec{r}, t) = u_k(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_k t}$$

Alle speziellen Lösungen  
bilden eine Basis des Vektorraums aller Lösungen

Vollständiges Funktionensystem

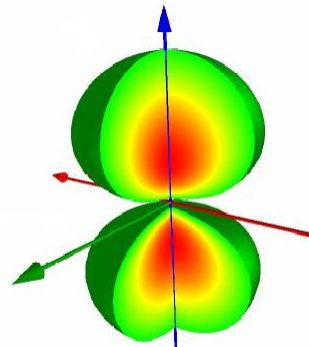
Allgemeine Lösungen:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_k a_k u_k(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_k t}$$

$$\begin{aligned} \rho &= \Psi(\vec{r}, t)^* \cdot \Psi(\vec{r}, t) \\ &= u_k^*(\vec{r}) e^{+\frac{i}{\hbar} E_k t} \cdot u_k(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_k t} \\ &= u_k^*(\vec{r}) \cdot u_k(\vec{r}) \end{aligned}$$

- Die Dichte des Elektroniums ist zeitunabhängig.
- Dichte also zeitlich konstant
- Eigenzustand – Eigenwert der Energie

**Stationärer Zustand**



Elektroniummodell **Das Wasserstoffatom**

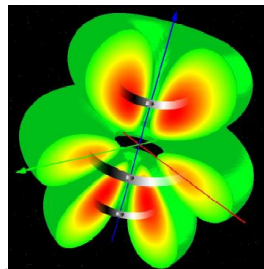
$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*)$$

**Stationärer Zustand**

$$= \frac{\hbar}{2mi} \left( u_k^*(\vec{r}) e^{+\frac{i}{\hbar} E_k t} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} E_k t} \nabla u_k(\vec{r}) - u_k(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_k t} \cdot e^{+\frac{i}{\hbar} E_k t} \nabla u_k^*(\vec{r}) \right)$$

$$= \frac{\hbar}{2mi} (u_k^*(\vec{r}) \nabla u_k(\vec{r}) - u_k(\vec{r}) \nabla u_k^*(\vec{r}))$$

- Die Strömung des Elektroniums ist zeitunabhängig.
- Strömung ist stationär → stationäres Magnetfeld
- Eigenzustand – Neben Eigenwert der Energie auch Eigenwert des Drehimpulses



© MPohlig

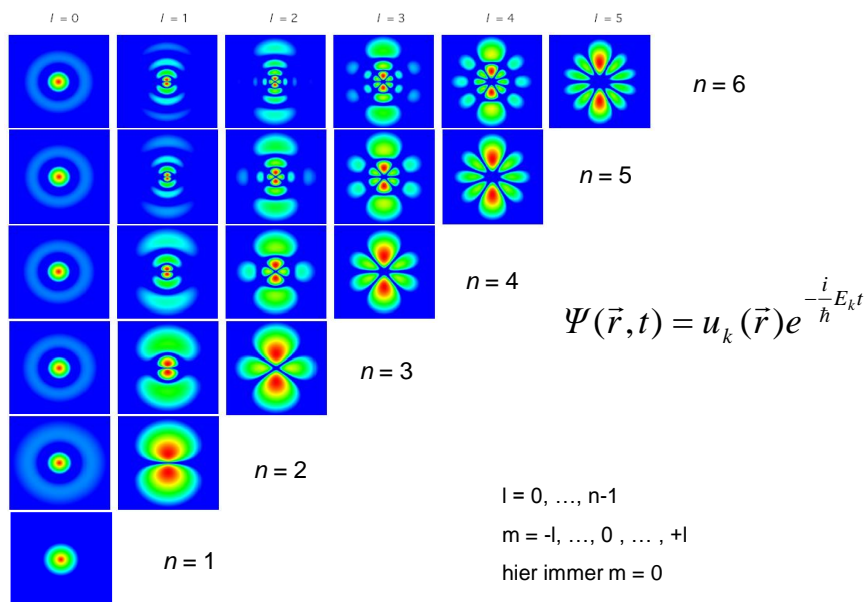
Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig

Wie sieht ein Atom aus?

5

Elektroniummodell **Das Wasserstoffatom**



© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig

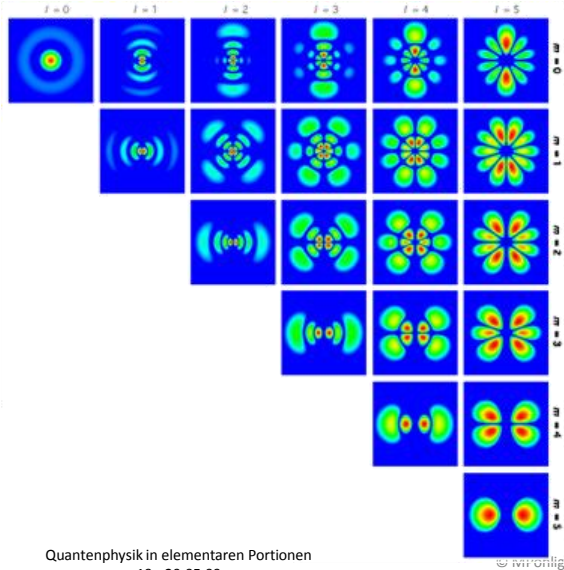
Wie sieht ein Atom aus?

6

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom

n = 6



Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

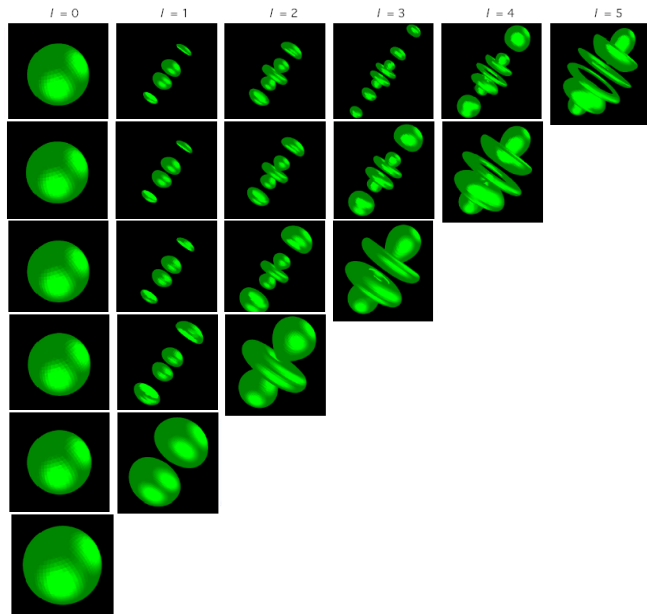
Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig

7

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom



Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig

8

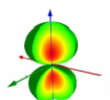
- Spezielle Lösungen der Schrödinger Gleichung beschreibt:
  - Stationären Zustand
  - $\rho$  und  $\vec{j}$  sind zeitunabhängig
- Elektroniummodell: In stationären Zuständen
  - Die Verteilung des Elektroniums ist zeitunabhängig.  
→ statisches elektrisches Feld
  - Wenn in einem stationären Zustand Stromdichte nicht verschwindet:  
→ stationäres magnetisches Feld
  - Elektrodynamik sagt: Die Hülle strahlt in stationären Zuständen nicht!
- z.B. Bohrsches
  - Sieht man in der Hülle kleine sich bewegende Körperchen'  
→ Widerspruch zur Elektrodynamik.
  - Flaches Wasserstoffatom.

Wie sieht ein Atom aus?

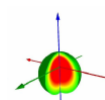
Allgemeine Lösung

$$\begin{aligned}\psi(\vec{r}, t) &= c_A \psi_A(\vec{r}, t) + c_B \psi_B(\vec{r}, t) \\ &= c_A u_A(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_A t} + c_B u_B(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_B t}\end{aligned}$$

- Dichte ist zeitabhängig
- Ortsabhängig, zeitunabhängiger Term
- Rest schwingt harmonisch
- Beschreibt den Übergang von einem stationären Zustand A in einem anderen stationären Zustand B



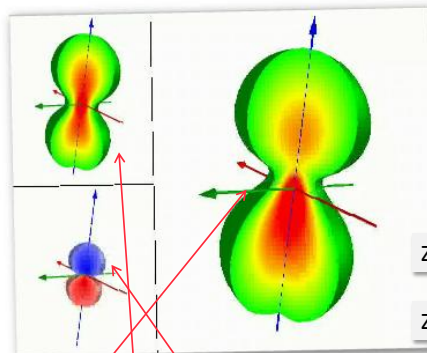
?



Wie sieht ein Atom aus?

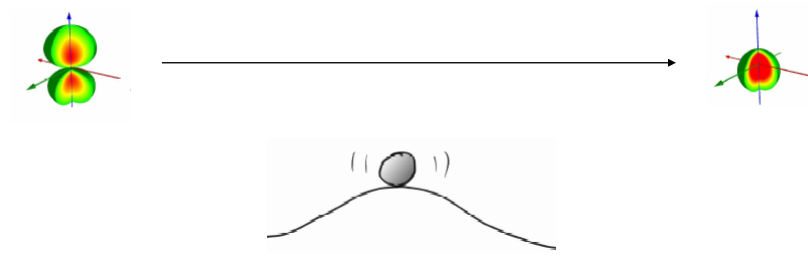
Allgemeine Lösung

$$\begin{aligned}\psi(\vec{r}, t) &= c_A \psi_A(\vec{r}, t) + c_B \psi_B(\vec{r}, t) \\ &= c_A u_A(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_A t} + c_B u_B(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_B t} \\ \rho(\vec{r}, t) &= C_0(\vec{r}) + C_1(\vec{r}) \cos(\omega t) + C_2(\vec{r}) \sin(\omega t)\end{aligned}$$

Zerlegung 1:  $(2, 1, 0) - (1, 0, 0)$ Zerlegung 1:  $(2, 1, 1) - (1, 0, 0)$ Zerlegung 1:  $(2, 1, -1) - (1, 0, 0)$ 

$$\rho(\vec{r}, t) = C_0(\vec{r}, t) + C_1(\vec{r}, t) \cos(\omega t) + C_2(\vec{r}, t) \sin(\omega t)$$

Elektroniummodell    Das Wasserstoffatom



Wer stört das Gleichgewicht?

- Stöße mit anderen Atomen
- Fluktuationen des EM-Feldes im Grundzustand.

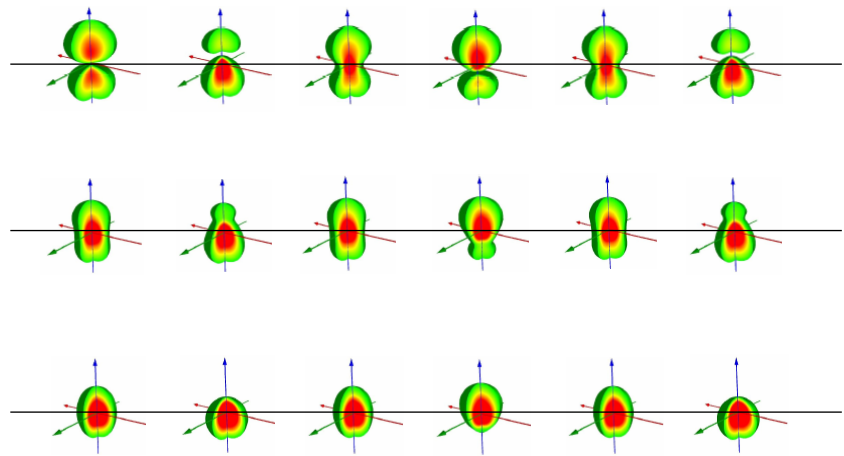
Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 13

Elektroniummodell    Das Wasserstoffatom



Wie sieht ein Atom aus?

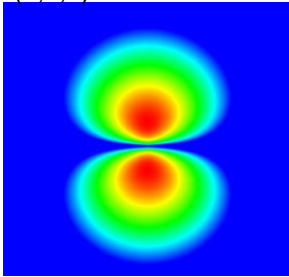
© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

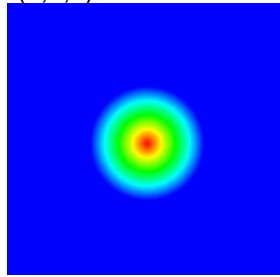
© MPohlig 14

Elektroniummodell **Das Wasserstoffatom**

(2,1,0)



(1,0,0)



Übergang Dichte  
Übergang Dichte Stroboskop  
Übergang 3D

Eine Schwingung:  $10^{-15}$ s  
 Anzahl der Schwingungen:  $10^7$   
 Dauer des Übergangs:  $10^{-8}$  s

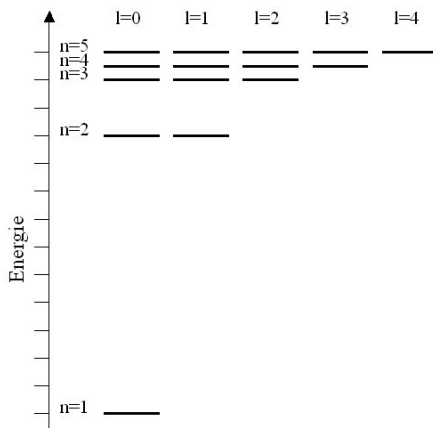
Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
 19. -20.05.09

© MPohlig 15

Elektroniummodell **Das Wasserstoffatom**



© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
 19. -20.05.09

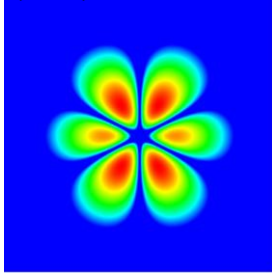
© MPohlig 16

Wie sieht ein Atom aus?

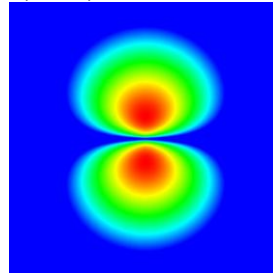
Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom

(4,3,1)



(2,1,0)

Übergang Stroboskop

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 17

Wie sieht ein Atom aus?

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom

 $\Delta l = \pm 1$   
Dipolstrahlung

 $\Delta l = 0$  oder  $\Delta l = \pm 2$   
Quadrupolstrahlung
(2,1,0) - (1,0,0)(4,3,1) - (2,1,0)(6,4,2) - (5,3,2)(3,1,1) - (2,1,0)(12,5,1) - (10,6,1)(4,3,0) - (2,1,0)(4,2,2) - (3,2,0)

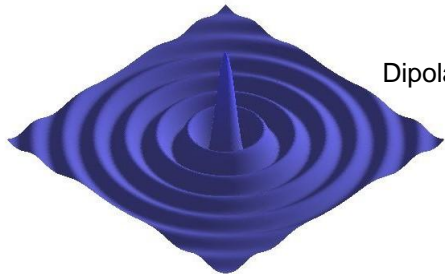
© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 18

Wie sieht ein Atom aus?

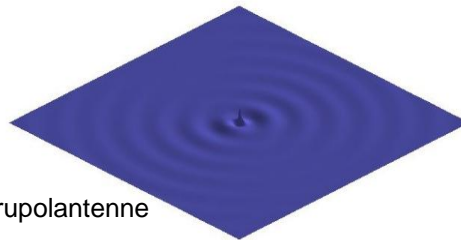
Elektroniummodell **Das Wasserstoffatom**



Dipolantenne

Hat die Strahlung Dipolcharakter, dann ist der Übergang „erlaubt“ ( $\Delta l = \pm 1$ ).

Hätte die Strahlung Quadrupolcharakter, dann ist der Übergang „nicht erlaubt“ ( $\Delta l = 0$  oder  $\Delta l = \pm 2$ ).



Quadrupolantenne

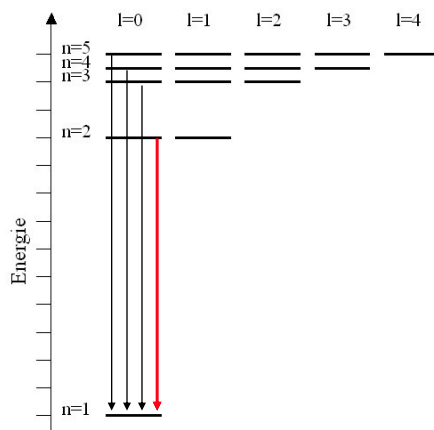
Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

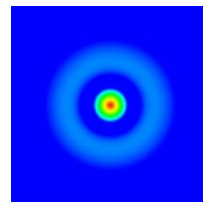
© MPohlig 19

Elektroniummodell **Das Wasserstoffatom**

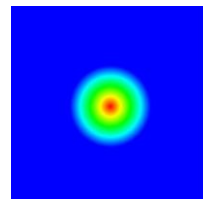


So tun als ging es.

(2,0,0)



(1,0,0)



Wie sieht ein Atom aus?

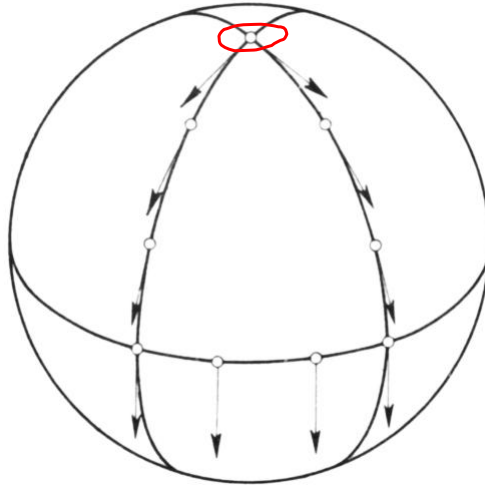
© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 20

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom



© MPohlig

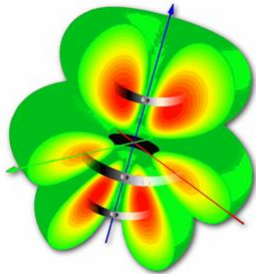
Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 21

Wie sieht ein Atom aus?

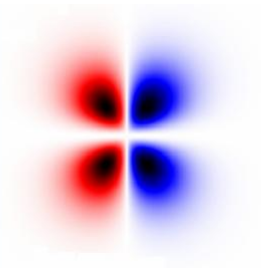
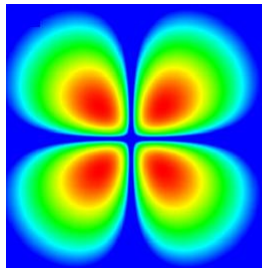
Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom



Elektroniumdichte im Schnitt und Strömung des Elektroniums durch Pfeile angedeutet

Elektroniumdichte in 2D Darstellung und Stromdichte: rot aus der Bildebene heraus, blau in die Bildebene hinein



© MPohlig

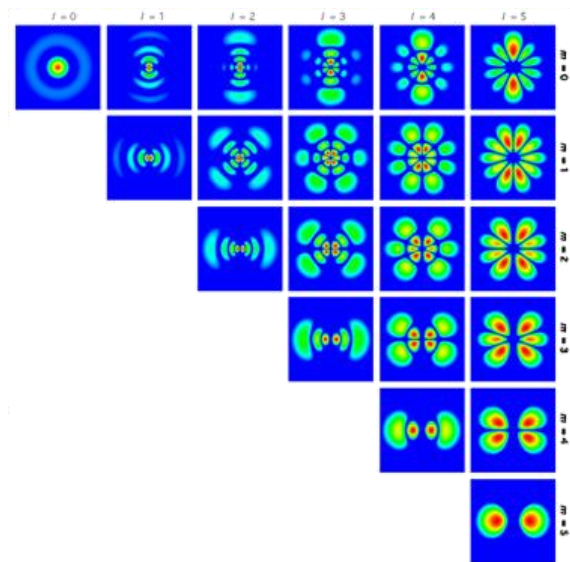
Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 22

Wie sieht ein Atom aus?

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom

 $n = 6$ 

Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 23

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom

$$\Delta m = 0$$

linear polarisiertes Licht

$$\Delta m = \pm 1$$

zirkular polarisiertes Licht

$$(2,1,0) - (1,0,0)$$

$$(2,1,1) - (1,0,0)$$

$$(4,3,0) - (2,1,0)$$

$$(2,1,-1) - (1,0,0)$$

$$(6,4,2) - (5,3,2)$$

$$(12,5,1) - (10,6,1)$$

Wie sieht ein Atom aus?

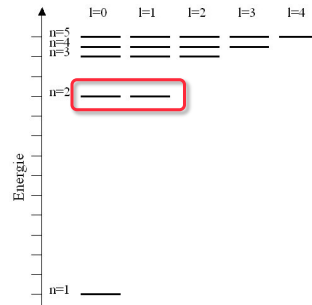
© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 24

Elektroniummodell Das Wasserstoffatom

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{r}, t) &= \sum_{k \text{ mit gleichem } E} a_k u_k(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E_k t} \\ &= \sum_{k \text{ mit gleichem } E} a_k u_k(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar} E t} \\ &= e^{-\frac{i}{\hbar} E t} \cdot \sum_{k \text{ mit gleichem } E} a_k u_k(\vec{r}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \rho &= \Psi^*(\vec{r}, t) \cdot \Psi(\vec{r}, t) \\ &= e^{+\frac{i}{\hbar} E_k t} \sum_{k \text{ mit gleichem } E} a_k u_k^*(\vec{r}) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} E_k t} \sum_{k \text{ mit gleichem } E} a_k u_k(\vec{r}) \\ &= \sum_{k \text{ mit gleichem } E} a_k u_k^*(\vec{r}) \cdot \sum_{k \text{ mit gleichem } E} a_k u_k(\vec{r}) \end{aligned}$$

zeitunabhängig

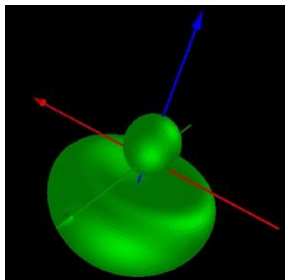
Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

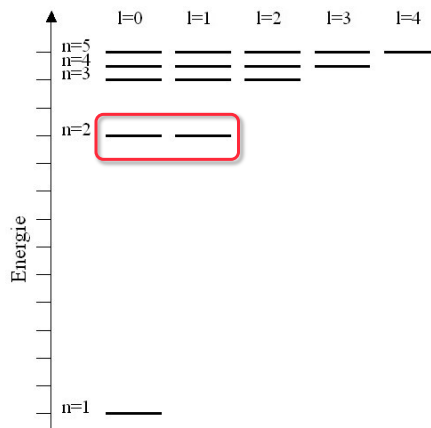
Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 25

Elektroniummodell Das Wasserstoffatom



Überlagerung der 2s-  
2p-Zustände:  
sp<sup>2</sup>-Hybrid-Orbital



Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 26

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom

Bilder sollen folgende Eigenschaften veranschaulichen:

- ✓ Platzbedarf
- ✓ Drehimpuls
- ✓ Magnetismus

Man soll sehen können,

- ✓ warum ein Atom in bestimmten Zuständen nicht strahlt,
- ✓ warum es in anderen Zuständen strahlt,
- ✓ ob die Strahlung stark oder schwach ist,
- ✓ ob die Strahlung linear oder zirkularpolarisiert ist.

Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 27

Elektroniummodell

Das Wasserstoffatom

Literatur zu 2.2

- 1 Erläuterungen und Animationen  
[http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/software/hydrogenlab/elektronium/HTML/einleitung\\_hauptseite\\_de.html](http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/software/hydrogenlab/elektronium/HTML/einleitung_hauptseite_de.html)
- 2 Das Wasserstoffatom (CD, Aulis Verlag Deubner)
- 3 P. Bronner, H. Hauptmann, F. Herrmann:  
Wie sieht ein Atom aus?; Praxis der Naturwissenschaft – Physik in der Schule;  
Heft 2/55 1. März 2006;

Wie sieht ein Atom aus?

© MPohlig

Quantenphysik in elementaren Portionen  
19. -20.05.09

© MPohlig 28