

# Vollständige Induktion

Schülerstudium

Runde 15

Vorbereitungstreffen

Josef-Bäder-Haus Neusatzeck

Michael Pohlig

Wilhelm-Hausenstein-Gymnasium Durmersheim

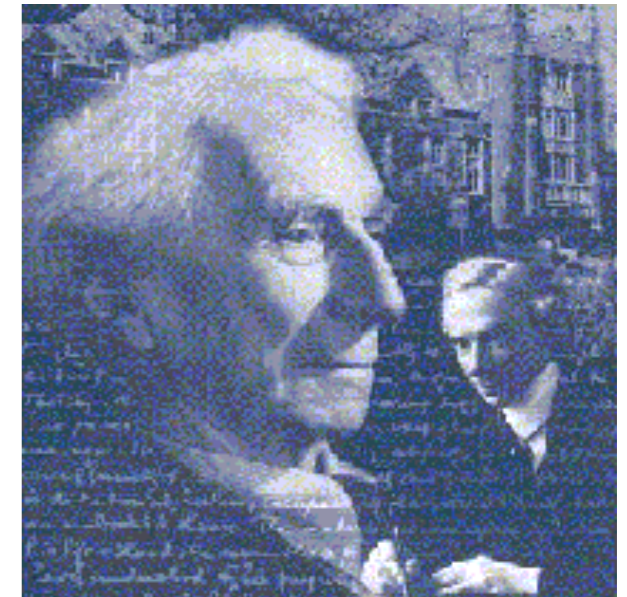
KIT Theoretische Festkörperphysik Didaktik

No one believes an hypothesis  
except its originator, but everyone  
believes an experiment except  
the experimenter.

(Anon)

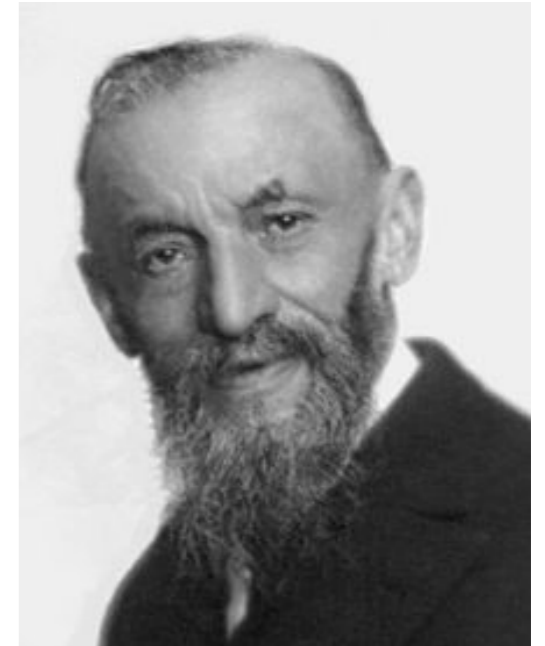
Obviousness is always the  
enemy of correctness

(Bertrand Russell 1872-1970)



Direkter Beweis - Beweis durch Widerspruch - Vollständige Induktion

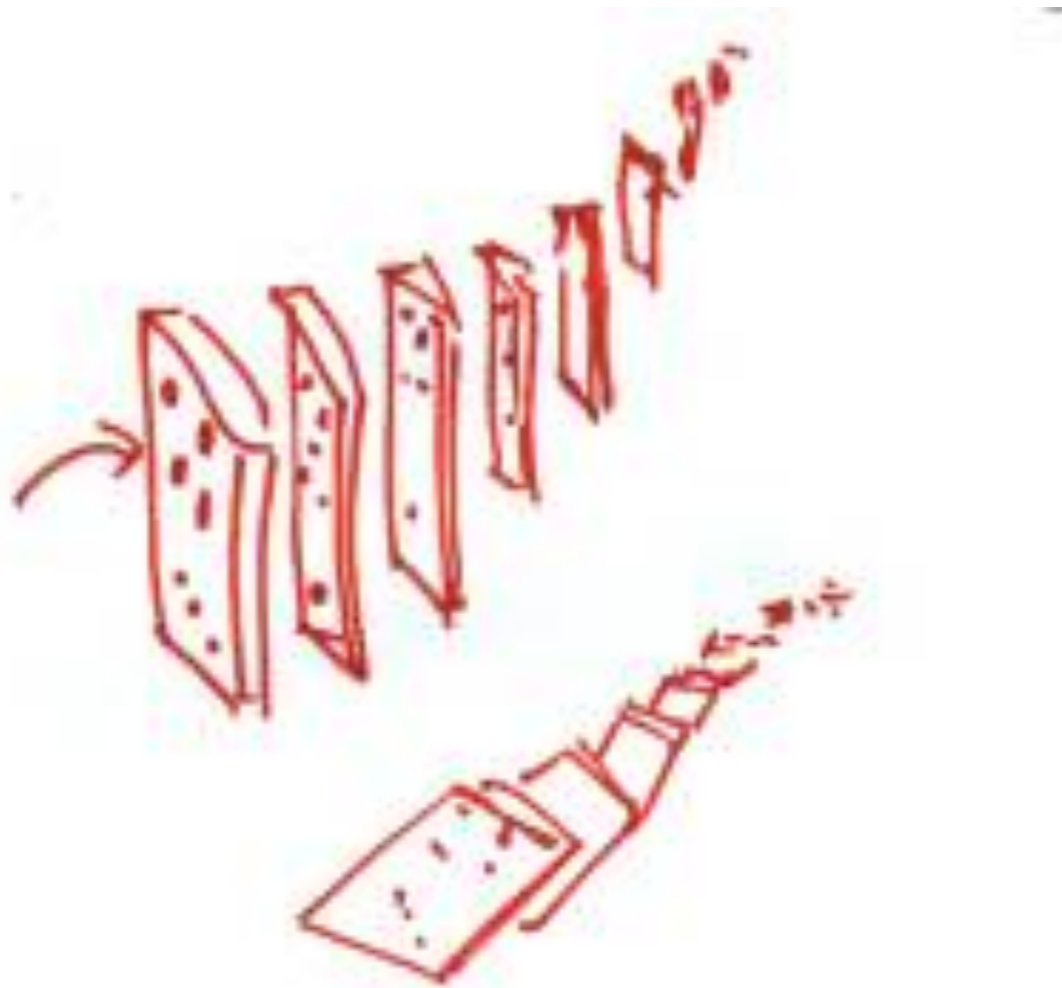
Giuseppe Peano (1858 - 1932)



### Peano Axiome

- 1 ist eine natürliche Zahl.
- Zu jeder natürlichen Zahl  $n$  gibt es genau einen Nachfolger  $n'$ , der ebenfalls eine natürliche Zahl ist.
- Es gibt keine natürliche Zahl, deren Nachfolger 1 ist.
- Die Nachfolger zweier natürlicher Zahlen sind voneinander verschieden.
- Eine Menge von natürlichen Zahlen enthält alle natürlichen Zahlen, wenn sie 1 enthält und mit einer natürlichen Zahl  $n$  auch stets auch deren Nachfolger  $n'$  enthält.

Aussagen der Form " **$A(n)$  ist wahr**" für alle  $n$  aus  $\mathbb{N}$  sollten sich mit Hilfe des Konzeptes 'Nachfolger' beweisen lassen.



- Fällt Stein Nr.  $n$ , dann fällt auch sein Nachfolger Stein Nr.  $n + 1$ . (Induktionsschluss)
- Der erste Stein fällt (Induktionsverankerung)

Für alle natürlichen Zahlen  $x$  und  $n$  gilt die Aussage:  
 $A(n)$ :  $x^n - 1$  ist durch  $x - 1$  ohne Rest teilbar.

Wenn  $n$  eine natürliche Zahl, und  $1+x > 0$  ist,  
dann gilt die Abschätzung:

$$(1+x)^n \geq 1+nx$$

für alle  $n, x, y$  ( $x \neq y$ ) aus  $\mathbb{N}$  ist  
 $x^{n+1} + x^n y - xy^n - y^{n+1}$  durch  $x-y$  teilbar

$f(x) = x^n$ ;  $x$  aus  $\mathbb{R}$  und  $n$  aus  $\mathbb{N}$

Dann gilt  $f'(x) = nx^{n-1}$





**Titel: Introduction to Algorithms**

**Gebundene Ausgabe - 300 Seiten - Addison Wesley**

**Erscheinungsdatum: 1. Januar 1989**

**ISBN: 0201120372**